

Хабарова Ирина Андреевна
Российский биотехнологический университет
Хабаров Денис Андреевич
Государственный университет управления

Практическое применение теории графов в различных отраслях экономики

Аннотация. Авторами рассмотрено понятие теории графов, обоснована взаимосвязь теории графов с методами экономико-математического моделирования. Определено, что экономико-математическое моделирование критично для разнообразных сфер экономической деятельности, обеспечивая инструментарий для анализа и изучения финансовых и управленческих процессов в рамках как отдельных предприятий, так и на уровне национальной экономики. В статье анализируется возможность применения теории графов в различных секторах экономики. Приведен ряд примеров практического применения теории графов в землеустройстве, геодезии, индустрии спорта и здравоохранении (отдельно рассмотрен контекст медицинской логистики). Авторы считают, что теория графов предоставляет широкий спектр возможностей для решения разнообразных задач экономического содержания, а также множество взаимозаменяемых алгоритмов и методов для решения однотипных задач.

Ключевые слова: экономико-математическое моделирование, теория графов, землеустройство, спортивная индустрия, здравоохранение, прогнозирование.

Khabarova Irina Andreevna
Russian Biotechnological University
Khabarov Denis Andreevich
State University of Management

Practical application of graph theory in various sectors of economy

Annotation. The authors consider the concept of graph theory, substantiate the relationship of graph theory with the methods of economic and mathematical modeling. It is determined that economic and mathematical modeling is critical for various areas of economic activity, providing tools for analyzing and studying financial and management processes both within individual enterprises and at the level of the national economy. The article analyzes the possibility of applying graph theory in various sectors of the economy. A number of examples of the practical application of graph theory in land management, geodesy, the sports industry and healthcare are given (the context of medical logistics is considered separately). The authors believe that graph theory provides a wide range of opportunities for solving various problems of economic content, as well as many interchangeable algorithms and methods for solving similar problems.

Keywords: economic and mathematical modeling, graph theory, land management, sports industry, healthcare, forecasting.

Экономико-математическое моделирование представляет собой методологию, призванную изучать экономические системы или процессы с использованием математических инструментов. Такая модель является упрощенным представлением экономических явлений, что позволяет осуществлять анализ и управление экономическими объектами или процессами.

Экономико-математическое моделирование критично для разнообразных сфер экономической деятельности, обеспечивая инструментарий для анализа и изучения

финансовых и управленческих процессов в рамках как отдельных предприятий, так и на уровне национальной экономики [1].

Рассмотрим ключевые аспекты важности моделирования:

- Оптимизация экономической информационной системы. Применение математического моделирования способствует структурированию данной системы, идентификации пробелов в существующих данных и формированию критериев для создания или модификации информационных массивов;

- Усиление точности и ускорение экономического анализа. Структурирование экономических проблем и задействование компьютеров значительно ускоряют рутинные расчёты, повышают их точность и снижают затраты труда;

- Расширение количественного исследования экономических вопросов. Использование моделирования увеличивает эффективность количественного анализа, позволяет рассматривать разнообразные факторы, оказывающие влияние на экономические динамики;

- Разработка инновационных решений в экономике. Использование методов математического моделирования позволяет эффективно справляться с задачами, недоступными для других методик. Это включает оптимизацию государственного экономического планирования и автоматизированный мониторинг работы сложных экономических систем [2-3].

Теория графов находит применение в экономико-математическом моделировании, поскольку используется для анализа и решения экономических задач. Например, можно выделить:

- Разработка производственных процессов включает в себя использование теории графов для оптимизации процедур и сокращения логистических расходов через эффективное планирование транспортных путей и динамику перемещения запасов;

- Разработка стратегий с использованием графов. Графы представляют собой визуальные средства для моделирования интерактивных переменных, стремясь к выполнению конечных задач. Взвешенные рёбра графа обеспечивают анализ как временных затрат, так и экономических аспектов основных и вспомогательных стратегий;

- Организационно-экономическое моделирование управленческих процессов. В данном контексте теория графов является элементом математической основы для разработки решений.

Теория графов предлагает обширные перспективы для анализа и прогнозирования в экономике, предоставляя множество параллельно применимых методик и алгоритмов для стандартных задач.

Теория графов — это подраздел дискретной математики, который занимается изучением графов. Графы представляют собой абстрактные структуры, включающие в себя узлы или вершины, а также связи между ними в виде рёбер или дуг. Эти вершины и рёбра образуют структуру, где каждая линия соединяет пару точек (см. рисунок 1).

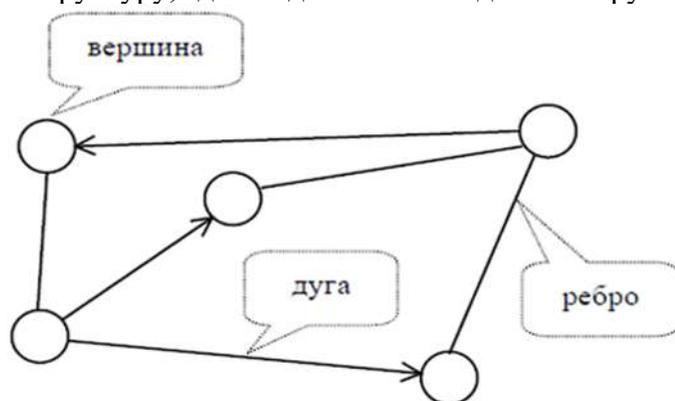


Рисунок 1 – Образец графов

В контексте теории множеств можно формализовать понятие графа следующим

образом: пусть X - это конечное множество из n элементов ($X = \{1, 2, \dots, n\}$), которые определяются как вершины графа. Подмножество V декартового произведения $X \times X$ формирует множество дуг. Таким образом, ориентированный граф G можно представить как пару (X, V) . В случае неориентированного графа, вместо упорядоченных пар дуг, рассматривается множество всех возможных неупорядоченных пар элементов вершин, где каждая пара также принадлежит X [4].

Подграф - это сегмент исходного графа, сформированный выборкой узлов вместе с любыми соединениями между ними. Удаление некоторых соединений графа приводит к формированию его частичного графа. Вершины, связанные ребром, именуется смежными. Эти вершины определяются как граничные для данного ребра, которое, в свою очередь, считается инцидентным этим вершинам.

Путь в ориентированном графе определяется как последовательность его дуг, где конечная точка каждой предыдущей дуги служит начальной точкой последующей. Простой путь выделяется отсутствием повторений дуг, тогда как элементарный путь характеризуется уникальностью всех его вершин. Контур представляет собой особый вид пути, начало и завершение которого находятся в одной и той же вершине. Длина пути или контура может измеряться количеством входящих в него дуг или суммарной длиной этих дуг, если таковая указана.

Применение теории графов позволяет эффективно решать различные задачи:

- Транспортные проблемы моделируются как графы, где вершины обозначают точки отправления и назначения, а ребра представляют собой различные виды путей, включая асфальтированные дороги, железнодорожные линии и воздушные коридоры. Также, подобный подход применяется в сфере спорта для стратегического расчета логистики спортивных товаров и оборудования. Разработка эффективных маршрутов обеспечивает бесперебойное перемещение участников соревнований и зрителей, оптимизируя организацию масштабных спортивных событий;

- «Технологические задачи», где вершины символизируют элементы производства, такие как заводы, цеха, оборудование, а дуги обозначают движение сырья, материалов и готовой продукции между этими элементами, направлены на нахождение наилучшей загрузки данных элементов и регулирование потоков, которые поддерживают такую загрузку;

- Обменные механизмы, представляющие процессы как обмен товаров и услуг, так и взаимозачеты, могут быть отображены с помощью теории графов. В этом контексте вершины графа символизируют участников обмена, в то время как направленные ребра представляют передачу активов – как материальных, так и финансовых. Основная цель такой модели заключается в выявлении наиболее эффективного пути обмена, который будет отвечать интересам всех звеньев цепи, а также учитывать наложенные ограничения, включая нормативные и рыночные;

- Проектное управление включает в себя как использование теории графов, так и множество зависимостей между различными операциями в рамках проекта. В качестве примера можно рассмотреть строительство объекта, где операции и зависимости между ними четко структурированы. В этом контексте широко применяются методы и модели календарно-сетевого планирования и управления (КСПУ), основанные на принципах теории графов. Эти методы помогают определить последовательность операций и распределить необходимые ресурсы. КСПУ направлено на достижение оптимальности по различным критериям: срокам исполнения, затратам, минимизации рисков и другим факторам;

- Теории социальных сетей в социологии формируют модели, в которых индивиды или группы представлены в форме узлов, а связи между ними — в виде связей или направленных связей. Это подход позволяет анализировать структурные аспекты социальных групп, проводить сравнительный анализ, а также измерять комплексные индикаторы, такие как уровень напряжения, координация взаимодействия, среди прочего;

- Организационные структуры представляют собой схемы, где вершины символизируют элементы системы управления, а ребра или дуги отражают взаимосвязи между ними, такие как информационные, управленческие, технологические и другие виды связей.

Графовый анализ используется в геодезии для разработки схем маршрутизации инфраструктур и зональной классификации земель. Примеры включают:

- Трассировка инфраструктурных объектов. Сетевые структуры графов способствуют идентификации наилучшего маршрута для автодорог, нефтепроводов, электрических сетей;

- Учет зональных особенностей при планировании. Например, при разработке проекта землеотвода для пересечения защищенной водоохранной территории или при прохождении транспортной трассой зоны охраны крупного трубопровода;

- Процесс планирования экспроприации территорий. Применение графовой теории способно обеспечить выбор наиболее эффективных маршрутов для выделения земель в рамках предпроектной подготовки при строительстве линейных сооружений [5-6].

В области землеустройства теория графов применяется для анализа и оптимизации земельных участков, используя методы, такие как:

- Конструкция графовых структур включает в себя отображение объектов (постройки, здания, районы) в качестве узлов графа, а элементы связности такие как дорожная инфраструктура, коммуникации, электросети — рассматриваются как связи;

- Анализ параметров графа включает вычисление минимальных дистанций, определение максимального потока и другие важные метрики, ключевые для решения различных задач;

- Применение взвешенных графов может быть особенно полезно, например, в задачах оптимизации маршрутов в городских условиях, где учитываются временные параметры работы светофоров. В таком контексте каждое ребро графа приобретает вес, который соответствует времени проезда, модифицированному в зависимости от интервалов смены светофорных сигналов на перекрестках [7].

Теория графов находит применение в спортивной аналитике, особенно при изучении результатов соревнований и тактики игроков. В спортивной индустрии широко используются такие понятия, как турнирные графы и графы, представляющие футбольные матчи.

Турнирный граф — это специфический вид ориентированного графа, содержащий дугу между каждой уникальной парой вершин, причем каждая дуга направлена лишь в одну сторону. Этот вид графа применяется для визуализации результатов взаимных соревнований между участниками, типичный пример — круговые спортивные соревнования. В таком графе ориентация дуг отображает результаты поединков, при этом дуга направляется от победителя к проигравшему.

Футбольный граф – это сетевая модель, где игроки отображены как узлы, а передачи мяча между ними – как направленные дуги, указывающие путь мяча. Такой подход к анализу позволяет наглядно изображать взаимодействия внутри команды, выделять ключевые элементы игры и разрабатывать методы для улучшения тактических действий команды [8].

Примеры исследований:

- Исследование математиков из Великобритании, опубликованное в 2012 году, анализировало динамики игры футбольных команд через построение направленного взвешенного мультиграфа. В этой работе вершины графа символизировали игроков, а ребра, соединяющие их, отражали передачи мяча между футболистами, причём вес каждого ребра эквивалентен количеству совершённых пасов. Используя этот графический метод, учёные смогли определить ключевых игроков — тех, кто принимал наибольшее количество пасов и участвовал в большинстве возможных комбинаций передач;

- Инициатива, ориентированная на использование графов в аналитике футбола.

Учёные создали графовую модель для футбольной лиги, исходя из тактики 4-3-3, где отдельные команды выступают в качестве вершин, а взаимные встречи — в роли связей.

В применении теории графов в спортивной индустрии можно выделить задачи, такие как оптимизация расписаний турниров, анализ игровых стратегий и определение наилучших путей передачи мяча.

- Проблема выбора кандидатов в спортивные команды в школьные секции по футболу, хоккею и баскетболу предполагает решение, кому из одноклассников уготована роль в каждой команде. Для этого нужно учесть, что Максим пробовал свои силы исключительно в баскетболе, Кирилл стремился войти во все три спортивных направления, а Вова попробовал свои силы в двух из них. Для аналитики данной задачи эффективным инструментом станет граф. Его вершины представляют сектора спорта, а рёбра выражают взаимосвязи между претендентами;

- Вопрос о том, как подтвердить, что на любом этапе турнира по круговой системе всегда существуют минимум два участника с одинаковым числом сыгранных матчей. В таком формате соревнований каждый участник играет ровно одну партию с каждым из остальных участников.

Теория графов находит своё применение в медицине для анализа и решения проблем в различных сферах, таких как эпидемиологическое исследование, разработка фармацевтических препаратов, управление медицинской информацией и логистика медицинских ресурсов. Использование графов облегчает структурирование и анализ больших объемов данных, что значительно повышает эффективность стратегического планирования в здравоохранении [9].

В контексте медицинской логистики ключевые задачи включают:

- Эффективность логистики в сфере здравоохранения значительно повышается за счет использования алгоритмов, выведенных из теории графов для оптимизации доставки медикаментов и координации перемещения пациентов к лечебным заведениям. Эти методы позволяют вычислять оптимальные маршруты, минимизируя таким образом время в пути и общие расходы на транспортировку;

- В структурировании логистических операций цепочек поставок применение многоуровневых графов, каждый из которых представляет отдельный сегмент: начиная от производства, проходя через складирование и распределение, и завершая доставкой продукции до конечного пользователя. Эта модель обеспечивает наглядное отображение взаимосвязей и взаимозависимостей между различными этапами, что способствует эффективному прогнозированию потенциальных рисков и оценке общей резистентности системы перед вызовами.

Можно утверждать, что глубокая роль теории графов в экономике проявляется через способность к локальной оптимизации процессов на каждом этапе, гарантируя при этом общую оптимальность результатов.

Список источников

1. Захаров, Д. Д. Введение в теорию множеств и теорию графов: Учебник / Д. Д. Захаров, Н. Б. Логинова. – Курск: ЗАО «Университетская книга», 2024. – 120 с.
2. Ильютко, Д. П. Диаграммный подход в теории узлов и его приложения в теории графов / Д. П. Ильютко, И. М. Никонов // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. – 2018. – № 3. – С. 65-71.
3. Кочкаров, А. А. Новые задачи динамической теории графов / А. А. Кочкаров, О. А. Рахманов // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2014. – № 17. – С. 314-318.
4. Бояринцева, Т. Е. Теория графов / Т. Е. Бояринцева, А. А. Мастихина. – Москва: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 2014. – 40 с.
5. Юкаева, Н. А. Элементы теории графов / Н. А. Юкаева, М. А. Осипова; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Дальневосточный федеральный университет. – Казань: Общество с ограниченной ответственностью "Бук",

2020. – 80 с.

6. Годунова, Е. К. Введение в теорию графов: Индивидуальные задания / Е. К. Годунова. – Москва: Издательство «Прометей», 2012. – 44 с.

7. Михалев, А. А. Обзор интерактивных средств для обучения теории графов / А. А. Михалев // Педагогический менеджмент и прогрессивные технологии в образовании: Сборник статей XXVIII Международной научно-практической конференции, Пенза, 29–30 мая 2023 года. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2023. – С. 43-47.

8. Стремнев, А. Ю. Теория графов в алгоритмах решения транспортной задачи / А. Ю. Стремнев // Информационные технологии. Проблемы и решения. – 2020. – № 1(10). – С. 113-120.

9. Болотский, А. В. Исследование операций и теория графов: Учеб. пособие / А. В. Болотский. – Пенза: Пензенский государственный университет, 2014. – 120 с.

Сведения об авторах

Хабарова Ирина Андреевна, кандидат технических наук, доцент кафедры управления бизнесом и сервисных технологий, ФГБОУ ВО Российский биотехнологический университет, Москва, Россия

Хабаров Денис Андреевич, ст. преподаватель кафедры управления в здравоохранении и индустрии спорта, ФГБОУ ВО Государственный университет управления, Москва, Россия

Information about the authors

Khabarova Irina Andreevna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Business Management and Service Technologies, Russian Biotechnological University, Moscow, Russia

Khabarov Denis Andreevich, Senior Lecturer at the Department of Management in Healthcare and the Sports Industry, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education, State University of Management, Moscow, Russia