

Соколов Олег Аркадьевич

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного маршала авиации А.А. Новикова

Басыров Тимур Альфитович

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного маршала авиации А.А. Новикова

Короткий Михаил Александрович

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного маршала авиации А.А. Новикова

Визуальная оценка высоты и управление вертикальной посадкой беспилотных летательных аппаратов и её экономическая выгода

Аннотация. В этой статье мы разберём, как беспилотный летательный аппарат может самостоятельно определить высоту и мягко приземлиться — даже когда GPS не работает. Что позволяет обычной камере превратиться в высотомер, и как движение пикселей в кадре помогает вычислить, насколько быстро дрон приближается к земле. В статье описана физика процесса управления вертикальным движением БПЛА и процедура устранения шума и сглаживания с применением простого рекуррентного фильтра. Также будет рассмотрен комплексный расчёт параметров посадки с учетом различных критериев. В заключительном разделе данной работы мы сравнили стоимость различного оборудования, которое используется беспилотным летательным аппаратом для выполнения посадки, и сделали соответствующий вывод о экономической выгоде использования конкретного метода выполнения посадки.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, оценка высота, оптический поток, посадочный маркер, высота полета, спутниковая навигация.

Sokolov Oleg Arkadyevich

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

Basyrov Timur Alfitovich

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

Korotkiy Mikhail Aleksandrovich

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

Visual altitude estimation and vertical landing control of unmanned aerial vehicles

Abstract. In this article, we will examine how an unmanned aerial vehicle can independently determine altitude and land gently — even when GPS is not working. We explain what allows an ordinary camera to become an altimeter, and how pixel movement in the frame helps calculate how quickly the drone is approaching the ground. The article describes the physics of UAV vertical motion control and the procedure for noise elimination and smoothing using a simple recursive filter. We also present a comprehensive calculation of landing parameters considering various criteria. In the concluding section of this work, we compare the cost of different equipment used by unmanned aerial vehicles for landing execution and draw a corresponding conclusion regarding the economic benefit of using a specific landing method.

Keywords: unmanned aerial vehicle, altitude estimation, optical flow, landing marker, flight altitude, satellite navigation.

Введение

Пусть некоторый человек стоит в движущемся поезде и смотрит в окно. Близкие к нему объекты будут проносятся мимо с огромной скоростью, а далёкие покажутся неподвижными на одном и том же временном интервале. Из-за особенности человеческого зрения сформировалась закономерность: чем ближе расположен предмет, тем быстрее он «убегает» из поля зрения. Обзор камеры у дрона тоже ограничен, а ориентировка в пространстве аналогична. Благодаря этой особенности они могут самостоятельно садиться без спутниковой навигации и в помещениях, и в горах, или даже при радиопомехах, где GPS-сигнал слабый.

Здесь мы разберём математику автоматической посадки. Как по размеру маркера на фотографии понять, на какой высоте летим? Как превратить «разбегание» пикселей между кадрами в точную скорость снижения? И как заставить аппарат самостоятельно тормозить перед касанием? Начнём с простого подобия треугольников — и дойдём до фильтра Калмана, который сводит показания камеры и инерциальных датчиков в единую картину

1. Геометрические основы оценки высоты по визуальным данным

1.1. Комплексный расчёт параметров посадки

Представьте, что камера, направлена вертикально вниз. Начало системы координат расположено в оптическом центре камеры, ось Z направлена вниз к земле вдоль оптической оси. Оси X и Y параллельны плоскости изображения.

Пусть где-то в пространстве существует некоторая точка $P = (X, Y, Z)$. По закону центральной проекции спроецируем ее на плоскость. Координаты проекции $p = (x, y)$ примут вид:

$$2. \quad x = (f \cdot X)/Z$$

$$3. \quad y = (f \cdot Y)/Z$$

4. где f — это фокусное расстояние камеры в пикселях, Z — это высота над поверхностью (глубина изображения).

Координаты точки отсчитываются не от центра матрицы, а от ее левого верхнего угла. Узнав фокусное расстояние, получим информацию и о координатах точки в плоскости изображения. Точка, в которой оптическая ось пересекается с плоскостью изображения называется оптическим центром. Обозначим ее за (cx, cy) . Тогда полные уравнения проекции с учетом смещения принимают вид:

$$5. \quad u = cx + (f \cdot X)/Z$$

$$6. \quad v = cy + (f \cdot Y)/Z$$

где (u, v) — координаты пикселя в системе отсчета изображения.

6.1. Оценка высоты по размеру посадочного маркера

Предположим, что на земле находится некоторая цель - квадратный маркер с известной физической стороной H (в метрах). При высоте полета Z этот маркер проецируется на изображение с размером h (в пикселях).

Из подобия треугольников (большой треугольник с вершиной в оптическом центре и основанием H на земле, и малый треугольник с основанием h на плоскости изображения) получим:

$$f/h = Z/H$$

Решая это уравнение относительно Z , получаем формулу оценки высоты, которая является ключевой для позиционных методов визуальной навигации:

$$Z = \frac{f \cdot h}{H}$$

Подставим реальные значения для учебного беспилотного летательного аппарата:

- Фокусное расстояние после калибровки: $f = 800$ пикселей
- Размер маркера: $H = 1$ метр
- Начальная высота посадки: $Z = 15$ метров

Тогда размер маркера в кадре составит:

$$h = (f \cdot H)/Z = (800 \cdot 1)/15 \approx 53,3 \text{ пикселя}$$

Вычисления означают, что на высоте 15 метров маркер займет примерно 53 пикселя по каждой стороне изображения. Таких значений достаточно для надежного распознавания объекта современными алгоритмами, потому что средний порог устойчивого распознавания составляет от 30 до 50 пикселей.

При снижении до высоты 5 метров размер маркера возрастет до:

$$h = (800 \cdot 1)/5 = 160 \text{ пикселей}$$

при таком размере марка точность измерения очень высокая.

6.2. Анализ погрешности метода

Важно понять, как ошибка измерения размера маркера влияет на точность определения высоты. Продифференцировав формулу по h , получаем:

$$\Delta Z = \frac{Z^2}{f \cdot H} \cdot \Delta h$$

Здесь $\Delta h \approx \pm 1$ пиксель — погрешность, с которой мы определяем границу маркера на изображении. Видно, что погрешность растёт с высотой: при $Z = 15$ м получаем $\Delta Z \approx 0,28$ м, а при $Z = 5$ м — всего $\Delta Z \approx 0,03$ м. Это главное ограничение: чем выше летим, тем менее точно знаем высоту.

7. Вычисление оптического потока

Оптический поток — это поле скоростей, с которыми движутся точки изображения от кадра к кадру [1]. Чтобы его найти, возьмем за правило, что яркость точки объекта не меняется при движении. Это даёт уравнение с двумя неизвестными — компонентами потока (u, v) :

$$I_x \cdot u + I_y \cdot v + I_t = 0$$

Метод Хорна-Шунка решает задачу, минимизируя сумму двух требований: точности уравнения яркости и гладкости поля потока. Достаточно 10–50 итераций. [1]

При вертикальном снижении со скоростью V_z точки изображения движутся от центра радиально. Модуль оптического потока принимает вид:

$$|v_{of}| = \frac{V_x}{Z} \cdot r$$

где r — расстояние от центра кадра.

Отсюда вторая формула для высоты:

$$Z = \frac{V_x \cdot r}{|v_{of}|}$$

8. Технологии обнаружения посадочных площадок

8.1. Вложенные маркеры

В классический подходе используются маркеры ArUco или AprilTag: чёрно-белые квадраты с кодом внутри. Большой маркер (150 мм) виден далеко ($Z = 5$ м), маленький (30 мм) — используем для точной посадки ($Z < 0,6$ м). На высоте 0.3 м погрешность составляет около 4 мм.

8.2. Нейросетевое обнаружения

Современные системы находят посадочные места сами — площадки, люки, крыши машин. Архитектуры вроде TRN-YOLO и YOLOv8 дают точность $\pm 1,2$ см, обрабатывая кадр за 10 мс [3].

9. Управление вертикальным движением

9.1. Динамика и закон снижения

Движение описывается уравнением:

$$m \cdot \ddot{Z} = m \cdot g - T$$

где T — тяга моторов.

Выбираем экспоненциальное снижение:

$$Z(t) = Z_0 \cdot e^{-kt}$$

Тогда скорость $V_z = -k \cdot Z$, ускорение $a \cdot z = k^2 \cdot Z$, а требуемая тяга:

$$T(Z) = m \cdot (g - k^2 \cdot Z)$$

При $m = 2.5$ кг, $k = 0.5$ с⁻¹: тяга растёт от 15,15 Н до 24,34 Н, не превышая вес 24,53 Н. Время посадки $T \approx 7.82$ с, скорость касания 0,15 м/с — безопасно.

9.2. Предиктивное управление (МРС)

10. Современные системы на каждом шаге решают задачу оптимизации на несколько секунд вперёд, учитывая ограничения на тягу, ветер и задержки камеры.

11. Обработка измерений и оценка состояния

Измерения содержат шум:

$$\sigma_z = \frac{F \cdot H_d}{Z^2} \cdot \sigma_h$$

где $\sigma_h \approx 0,5$ пикселя.

Процедура сглаживания включает в себя простой рекуррентный фильтр, который можно представить в следующем виде:

$$Z_{flit}(t) = a \cdot Z_{meas}(t) + (1 - a) \cdot Z_{flit}(t - 1)$$

при $a = 0,3$ шум уменьшается в 2,4 раза.

11.1. Фильтр Калмана

12. Оптимально объединяет данные от камеры и инерциальных датчиков. Если маркер теряется из виду, то автоматически повышается доверие к гироскопам и акселерометрам [5].

13. Комплексный расчёт параметров посадки

14. , с	15. , м	16. м/с	V_z ,	17. , Н	Т	18. Маркер	19. Разм ер, px	20. Погрешн ость
21.	22. 5,00	23. 7,50	—	24. 5,15	1	25. Внешни й	26. 80	27. 18,75 см
28.	29. ,52	30. 2,76	—	31. 1,06	2	32. Внешни й	33. 217	34. 2,54 см
35.	36. ,03	37. 1,02	—	38. 3,26	2	39. Перехо д	40. 592	41. 0,34 см
42.	43. ,75	44. 0,38	—	45. 4,06	2	46. Внутре нный	47. 1067	48. 0,19 см
49. ,82	50. ,30	51. 0,15	—	52. 4,34	2	53. Внутре нный	54. 2667	55. 0,04 см

56. Таблица 1 - Комплексный расчёт параметров посадки

57. Экономическая эффективность

58. Использование беспилотным летательным аппаратом оборудования для визуальной посадки без использования спутниковых навигационных систем позволяет

сэкономить деньги производителю дронов. Комплект оборудования спутниковой навигации GPS/ГЛОНАСС стоит 1000-2000\$ [4], а визуальная система посадки на базе видеокамеры и вычислительного модуля обойдется в 150-400\$.

59. Заключение

Подведем итог этой работы. Дрон способен приземляться самостоятельно, используя рассмотренный алгоритм, даже когда спутниковая навигация недоступна. Например, с высоты 15 метров камера находит крупный маркер (цель) и по его размеру на изображении вычисляет высоту полёта — погрешность вычислений составляет около 19 см, чего вполне достаточно для грубого позиционирования. Вместе с тем, аппаратура анализирует движение пикселей между кадрами: при вертикальном снижении точки изображения радиально удаляются от центра, и по этому «разбеганию» определяется скорость приближения к земле. При снижении ниже 0,6 м система переключается на мелкий внутренний маркер, поэтому точность вычислений повышается уже до 4 мм у самой поверхности.

Управление построено так, что тяга моторов плавно увеличивается от 15,15 Н до 24,34 Н — чем ближе земля, тем сильнее торможение. В момент касания скорость снижения падает с 7,5 м/с до 0,15 м/с, поэтому посадка уже точно не будет жесткой. А поскольку измерения камеры содержат шум и задержки, фильтр Калмана объединяет их с показаниями инерциальных датчиков. Если визуальный контакт пропадает, то доверие к гироскопам и акселерометрам автоматически повышается. Вся система работает в реальном времени на бортовом вычислителе, обеспечивая безопасную посадку всего за 7,82 секунды.

Системы визуальной посадки без использования данных от спутниковых навигационных систем обеспечивают существенную экономию с точки зрения инвестиции в создание БПЛА.

Список источников

1. Основы оптического потока в ML: от первых принципов к уравнениям Лукаса-Канаде и Хорна-Шанка [Электронный ресурс] // Хабр. — 2025. — URL: <https://habr.com/ru/articles/980208/> (дата обращения: 24.03.2026).
2. Hartley, R. Multiple View Geometry in Computer Vision / R. Hartley, A. Zisserman. — 2nd ed. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 656 p. — ISBN 978-0-52154-051-8. — Текст : непосредственный.
3. Севостьянов И.Е. Система визуального позиционирования многороторных беспилотников для совершения высокоточной автономной посадки [Электронный ресурс] / И.Е. Севостьянов, Д.В. Девиэт // Science Time. — 2021. — Т. 6. — №. 90. — С. 38–42. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistema-vizualnogo-pozitsionirovaniya-mnogorotornyh-bespilotnikov-dlya-soversheniya-vysokotochnoy-avtonomnoy-posadki> (дата обращения: 11.04.2026). Zhang, Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration / Z. Zhang. — Текст : непосредственный // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 2000. — Vol. 22, № 11. — P. 1330–1334.
4. DJI Matrice 300 RTK Board Module [Электронный ресурс] / Cloud City Drones. — 2026. — Режим доступа: <https://cloudcitydrones.com/products/matrice-300-rtk-board-module>. — Дата доступа: 11.04.2026.
5. Гаврилов А.В. Использование фильтра Калмана для решения задач уточнения координат БПЛА [Электронный ресурс] / А.В. Гаврилов // Современные проблемы науки и образования. — 2015. — № 1. — С. 1784. — URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=19453> (дата обращения: 11.04.2026).

Сведения об авторах

Соколов Олег Аркадьевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой №13 «Системы Автоматизированного Управления», Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия.

Басыров Тимур Альфитович, студент 4 курса, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия.

Короткий Михаил Александрович, студент 4 курса, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия.

Information about the authors

Sokolov Oleg Arkadyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department No. 13 “*Automated Control Systems*”, Saint Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov, Saint Petersburg, Russia.

Basyrov Timur Alfitovich, 4th-year student, Saint Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov, Saint Petersburg, Russia.

Korotkiy Mikhail Aleksandrovich, 4th-year student, Saint Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov, Saint Petersburg, Russia.