

**Соколов Олег Аркадьевич**

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного  
маршала авиации А.А. Новикова

**Пентела Ольга Александровна**

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного  
маршала авиации А.А. Новикова

**Клеванович Александр Сергеевич**

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации им. Главного  
маршала авиации А.А. Новикова

**Адаптивный алгоритм компенсации дрейфа бесплатформенной инерциальной  
навигационной системы в условиях автономной навигации: повышение точности и  
экономическая эффективность применения низкобюджетных мэмс-датчиков**

**Аннотация.** В работе рассматривается задача повышения точности автономной навигации бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), функционирующей без внешних коррекций. Представлен адаптивный алгоритм компенсации накопления ошибок, возникающих при длительной работе МЭМС-акселерометров и гироскопов, включая случайный шум, нестабильность нуля, случайное блуждание смещения и медленные дрейфы чувствительности. Алгоритм основан на динамической подстройке ковариаций модели ошибок по статистике инноваций фильтра Калмана, что позволяет изменять параметры процесса в зависимости от текущего уровня неопределенности и характеристик измерительного шума. Выполнено численное моделирование трехосевой БИНС с реалистичными параметрами датчиков и сформирован сравнительный анализ работы базового и адаптивного вариантов фильтрации. Приведены метрики оценки стабильности и качества адаптации, включающие значения NIS, вариации нормализованных инноваций и динамику расширенных ковариаций. Результаты демонстрируют значительное снижение накопленных ошибок при длительности автономного режима и подтверждают применимость методики для навигационных модулей малых беспилотных летательных аппаратов.

Дополнительно рассмотрено, что использование адаптивной компенсации дрейфа позволяет применять более доступные по стоимости МЭМС-датчики без существенного ухудшения точности, что снижает цену навигационного модуля, уменьшает потребность во внешней инфраструктуре коррекции и повышает экономическую эффективность проектов, основанных на массовом применении автономных беспилотных систем.

**Ключевые слова:** бесплатформенная инерциальная навигационная система, адаптивная компенсация дрейфа, фильтр Калмана, автономная навигация, МЭМС-датчики, снижение стоимости навигационного модуля, уменьшение потребности во внешней коррекции, экономическая эффективность.

**Sokolov Oleg Arkadievich**

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State  
University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

**Pentela Olga Aleksandrovna**

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State  
University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

**Klevanovich Aleksandr Sergeevich**

Federal state-funded educational institution of higher education «Saint-Petersburg State  
University of Civil Aviation named in honor of Air Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov»

# **Adaptive Drift Compensation Algorithm for a Free-Form Inertial Navigation System in Autonomous Navigation Conditions: Accuracy Improvement and Economic Efficiency of Low-Cost MEMS Sensor**

**Abstract.** The study addresses the problem of improving the accuracy of an autonomous strapdown inertial navigation system (INS) operating without any external corrections. An adaptive algorithm for compensating the accumulation of errors arising during long-term operation of MEMS accelerometers and gyroscopes is presented, including random noise, bias instability, bias random walk, and slow sensitivity drifts. The algorithm relies on dynamic adjustment of the error-model covariances based on the innovation statistics of the Kalman filter, enabling the process parameters to adapt to the current uncertainty level and characteristics of the measurement noise. Numerical simulation of a three-axis INS with realistic sensor parameters is performed, and a comparative analysis of baseline and adaptive filtering schemes is provided. Stability and adaptation-quality metrics are evaluated, including NIS values, normalized-innovation variance, and the evolution of extended covariance matrices. The results indicate a significant reduction of accumulated errors during extended autonomous operation and confirm the applicability of the method for navigation modules of small unmanned aerial vehicles.

Additionally, it is shown that adaptive drift compensation enables the use of lower-cost MEMS sensors without a major loss in accuracy, reducing the overall price of the navigation module, lowering the dependency on external correction infrastructure, and increasing the economic efficiency of projects involving large-scale deployment of autonomous unmanned systems.

**Keywords:** strapdown inertial navigation system, adaptive drift compensation, Kalman filter, autonomous navigation, MEMS sensors, navigation module cost reduction, reduced reliance on external correction, economic efficiency.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС – далее) на основе микроэлектромеханических датчиков (МЭМС – далее) применяются в бортовых навигационно-пилотажных комплексах легких и средних воздушных судов (ВС – далее), а также в навигационных системах беспилотных летательных аппаратов (БПЛА – далее), автономных наземных и подводных робототехнических платформ, ракетных систем и малых спутников [1-3].

По данным обзоров, стандартные МЭМС-гироскопы имеют нестабильность нуля (Gyro-bias instability) порядка  $1,45 \cdot 10^{-5}$ , а акселерометры – примерно  $20 \mu g$  ( $1 \mu g \approx 9.8 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}^2$ ) [3].

Уровень шумов (именно стандартный Angular Random Walk) современных МЭМС-приборов составляет около  $0,24 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{ч}}$  для гироскопов [3-4], то есть стандартное отклонение ошибки угла (например: за 60 с примерно  $0,031^\circ$ , за 10 мин примерно  $0,098^\circ$ ).

В реальных условиях работы БИНС характеризуются значительным накоплением ошибок: исследования показывают, что низкобюджетные MEMS-IMU (Micro-Electro-Mechanical System Inertial Measurement Unit) дают дрейф положения порядка десятков метров уже через 20-30 с автономной навигацией в отсутствии внешней коррекции, а ошибки порядка 50 м через 20 с – это обычное явление при отсутствии коррекции [3, 4]. Это обусловлено интеграцией смещений и шума: случайное блуждание смещения (Bias random walk – медленное стохастическое дрейфование нуля измерений во времени) и случайное блуждание угловой скорости (Rate random walk – накопление низкочастотных возмущений в выходном сигнале гироскопа) становятся доминирующими компонентами ошибок [1, 4].

Во внешних источниках коррекции (GNSS) возможны деградации и отказ из-за преднамеренных и непреднамеренных помех, что ограничивает их применимость в ответственных режимах и усиливает требования к автономным ИНС [11, 12].

Классическим инструментом оценки состояния в таких системах является фильтр Калмана, обеспечивающий статистически оптимальную свертку прогноза модели и измерений [5, 6]. Однако эффективность фильтра напрямую зависит от корректности задания ковариаций шумов модели  $Q$  и измерений  $R$ . При фиксированных значениях  $Q$ ,  $R$  и изменяющихся условиях (температура, вибрации, маневры и т.п.) ошибка оценки начинает расти: результаты измерений инерциальных модулей показывают, что при повышении температуры нестабильность нуля (Bias instability – долгопериодическая вариация среднего значения выходного сигнала датчика, обусловленная шумами и внутренними случайными, например, термопроцессами) увеличивается более чем в 2-3 раза [3, 4]. Вследствие этого фиксированные параметры становятся неадекватны, а фильтр либо чрезмерно сглаживает состояние, либо реагирует на шум, теряя устойчивость [5].

Существует множество адаптивных и робастных решений: «Innovation-based» алгоритмы (Адаптация на основе инноваций – корректировка ковариаций по статистике расхождения между прогнозом и фактическими измерениями); метод «Sage-Husa» (Рекурсивная оценка шумов модели и измерений по мере накопления данных) [7]; а также «Strong-tracking Kalman Filter» (Фильтр Калмана с сильным слежением) и робастные модификации, обеспечивающие устойчивость к выбросам и негауссовским шумам [3, 4]. Несмотря на это, большинство работ ориентированы на интегрированные INS/GNSS-системы, где внешняя коррекция постоянно доступна, либо реализуются короткие автономные режимы. Пробелом остается исследование адаптивных схем внутри чисто автономной БИНС без внешней коррекции, функционирующей длительное время.

В свете изложенного возникает задача разработки метода внутренней адаптации, способного компенсировать накопление дрейфа за счет анализа собственных статистик системы. Подход, основанный на динамической подстройке ковариаций модели ошибок по статистике инноваций фильтра Калмана, позволяет навигационной системе в реальном времени регулировать доверие к собственным измерениям, адаптируясь к изменяющимся шумам и условиям эксплуатации.

Цель – разработка и теоретическое обоснование алгоритма адаптивной компенсации дрейфа бесплатформенной инерциальной навигационной системы, предназначенного для продолжительной автономной навигации без использования внешней коррекции.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Объектом исследования является трехосевая БИНС, функционирующая в составе бортового навигационно-пилотажного комплекса условного летательного аппарата в режимах малой маневренности (*En-Route*). Моделирование выполнялось в локальной геодезической системе координат ENU (*East-North-Up*) на временном горизонте 600 с. Истинная траектория задавалась равномерным прямолинейным полетом на постоянной высоте со скоростью 70 м/с и малыми угловыми скоростями (до 5°/с). Плоская модель Земли использовалась для упрощения, что допустимо на указанном горизонте: влияние кривизны и вращения Земли на рассогласование навигационного решения не учитывалось. Интегрирование навигационных уравнений выполнялось с шагом дискретизации  $\Delta t = 0,01$  с; параметр ориентации  $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$  (единичный вектор, задающий ориентацию тела в пространстве, то есть поворот из связанной системы координат в навигационную ENU) производилась на каждом шаге для сохранения его единичной длины  $|q| = 1$ .

Для обеспечения воспроизводимости расчётов фиксировались исходные параметры моделирования: частота дискретизации, вектор гравитации, ограничения по манёвренности и диапазоны шумов датчиков. Набор фиксируемых параметров приведен в табл. 1.

Таблица 1

Параметры численного моделирования

Параметр	Обозначение	Значение
Шаг интегрирования	$\Delta t$	0,01 с
Горизонт моделирования	$T$	600 с
Скорость полёта	$V$	70 м/с
Максимальная угловая скорость	$\omega_{\max}$	5°/с
Модель Земли	—	плоская
Система координат	—	ENU

#### Математическая модель системы

Состояние БИНС описывается вектором:

$$x = [r^T, v^T, q^T, b_a^T, b_g^T]^T$$

где:  $r = [x, y, z]^T$  – вектор положения в системе ENU;  $v = [v_x, v_y, v_z]^T$  – вектор линейной скорости;  $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$  – единичный кватернион ориентации, задающий поворот от связанной (корпусной) системы координат к ENU;  $b_a$  и  $b_g$  – векторы смещений акселерометров и гироскопов соответственно [2].

Динамика состояния выражается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{r} &= v \\ \dot{v} &= R(q)(a_{\text{изм}} - b_a - n_a) + g_{\text{ENU}} \\ \dot{q} &= \frac{1}{2}\Omega(\omega_{\text{изм}} - b_g - n_g)q \\ \dot{b}_a &= n_{ba}, \quad \dot{b}_g = n_{bg}\end{aligned}$$

Здесь:  $a_{\text{изм}}$  и  $\omega_{\text{изм}}$  – измеренные специфическая сила и угловая скорость (в связанной системе координат);  $R(q) \in R^{3 \times 3}$  – ортонормальная матрица поворота, соответствующая кватерниону  $q$ ;  $\Omega(\cdot)$  – оператор формирования матрицы кватернионного умножения;  $g_{\text{ENU}} = [0, 0, -g]^T$  – вектор гравитации (направлен вниз);  $n_a, n_g$  – белый шум измерений акселерометров и гироскопов;  $n_{ba}, n_{bg}$  – случайные процессы, моделирующие блуждание смещений (*Bias random walk*).

Дискретная форма для моделирования блуждания смещений имеет вид:

$$b_{a,k+1} = b_{a,k} + \sqrt{\Delta t} w_{ba,k}, \quad b_{g,k+1} = b_{g,k} + \sqrt{\Delta t} w_{bg,k}$$

где  $w_{ba,k}$  и  $w_{bg,k}$  – случайные векторы, распределенные по нормальному закону с дисперсиями  $Q_{ba}$  и  $Q_{bg}$ .

#### Модель оценивания состояния

Для оценки состояния применяется расширенный фильтр Калмана (РФК). Прогноз состояния выполняется по дискретной модели [5, 6].

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k),$$

где  $u_k = [a_{\text{изм},k}, \omega_{\text{изм},k}]^T$  – входные воздействия (показания ИНС).

Измерительная модель формируется из согласования прогнозируемых и фактических инерциальных сигналов:

$$\begin{aligned}z_k &= [\hat{a}_{\text{изм},k}] = h(\hat{x}_{k|k-1}) + v_k, \\ h(\hat{x}_{k|k-1}) &= \begin{bmatrix} R(\hat{q}_{k|k-1})^T (\hat{v}_{k|k-1} - g_{\text{ENU}}) + \hat{b}_{a,k|k-1} \\ \hat{b}_{g,k|k-1} \end{bmatrix},\end{aligned}$$

где  $v_k$  – вектор шумов измерений;  $\hat{x}_{k|k-1}$  – априорная оценка состояния; инновация фильтра определяется выражением:

$$\tilde{v}_k = z_k - h(\hat{x}_{k|k-1}).$$

Инновации  $\tilde{v}_k$  характеризуют расхождение между прогнозом и измерениями и служат статистическим индикатором изменения уровня шумов.

#### *Адаптация ковариации модели*

Адаптация ковариаций модели выполнялась с целью обеспечения устойчивости оценки состояния при изменении статистических свойств шумов и нестационарных возмущениях, возникающих в процессе продолжительной автономной работы ИНС. Основная идея состоит в том, что фильтр Калмана предполагает корректность априорно заданных ковариаций шумов модели  $Q$  и измерений  $R$ , однако в реальной эксплуатации эти параметры со временем перестают соответствовать фактическим характеристикам сигналов датчиков. Для компенсации этого эффекта применялся адаптивный механизм подстройки  $Q$  и  $R$  на основе статистики инноваций – расхождения между прогнозируемыми и реальными измерениями.

Для каждой итерации фильтра вычислялась инновация

$$\tilde{v}_k = z_k - h(\hat{x}_{k|k-1})$$

и ее ковариация оценивалась «скользящим» усреднением:

$$\hat{C}_{v,k} = \frac{1}{W} \sum_{i=k-W+1}^k \tilde{v}_i \tilde{v}_i^T$$

где  $W$  – ширина окна усреднения (обычно 30-50 шагов).

Адаптация матрицы шума измерений  $R_k$  выполнялась по выражению

$$R_k = (1 - \alpha)R_{k-1} + \alpha(\hat{C}_{v,k} - H_k P_{k|k-1} H_k^T),$$

где  $\alpha$  – коэффициент сглаживания (0,01-0,05),  $H_k$  – матрица чувствительности измерений,  $P_{k|k-1}$  – ковариация априорной ошибки состояния. Следовательно, если фактическая дисперсия инноваций возрастала, фильтр автоматически увеличивал доверие к прогнозу и снижал влияние текущих измерений; при уменьшении дисперсии – наоборот. Для предотвращения численной неустойчивости элементы  $R_k$  ограничивались в диапазоне допустимых значений  $[R_{\min}, R_{\max}]$ , что исключало деградацию фильтра при выбросах.

Ковариация процесса  $Q_k$  подстраивалась на основе нормализованной квадратичной статистики инновации (*Normalized Innovation Squared, NIS*):

$$NIS_k = \tilde{v}_k^T S_k^{-1} \tilde{v}_k, S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k.$$

Если величина  $NIS_k$  значительно превышала теоретическое значение для заданной размерности измерений (например, порог  $\chi_{m,0.99}^2$  для вероятности 99 %), это указывало на рост неопределенности модели. В этом случае текущая ковариация процесса увеличивалась:

$$Q_k = \lambda_k Q_{k-1}$$

где коэффициент адаптации  $\lambda_k = 1 + \gamma(\frac{NIS_k}{m} - 1)$ ,  $\gamma$  – чувствительность адаптации (0,05-0,1),  $m$  – размерность вектора измерений. При превышении верхнего порога значение  $\lambda_k$  ограничивалось сверху, чтобы избежать чрезмерного роста дисперсии.

Такой подход позволяет фильтру динамически изменять доверие к модели и измерениям в зависимости от текущей статистики ошибок, компенсируя ухудшение наблюдаемости и изменение шумов датчиков. В результате обеспечивается устойчивая работа навигационного алгоритма при длительных автономных режимах без внешней коррекции.

#### *Параметры шумов и метрики оценки*

Калибровочные параметры шумов ИНС приведены в табл. 2. Они заданы в терминах плотностей углового и линейного случайного блуждания – *angular random walk* (ARW) и *velocity random walk* (VRW).

Параметр ARW выражает среднеквадратичное приращение ошибки угла, накапливаемой вследствие белого шума гироскопов, и измеряется в градусах на корень из часа ( $^\circ/\sqrt{ч}$ ).

Аналогично, параметр VRW характеризует интегрированный шум акселерометров, приводящий к накоплению ошибки скорости, и выражается в м/с на корень из часа (м/с/√ч).

Эти параметры напрямую определяют плотность спектральной мощности шумов, используемых при генерации случайных процессов  $n_g$  и  $n_a$  в динамической модели.

Дисперсии блуждания смещений  $Q_{bg}$  и  $Q_{ba}$  описывают медленные стохастические дрейфы нулей измерений гироскопов и акселерометров соответственно и подбираются так, чтобы соответствовать типичным характеристикам МЭМС-класса приборов.

Таблица 2

Параметры ошибок инерциальных датчиков

Параметр	Обозначение	Значение
Плотность шума гироскопов ( $ARW$ )	$\sigma_g$	0,24 °/√ч
Плотность шума акселерометров ( $VRW$ )	$\sigma_a$	0,2 м/с/√ч
Нестабильность нуля гироскопов	$b_g$	3 °/ч
Нестабильность нуля акселерометров	$b_a$	20 μg
Дисперсия блуждания смещения гироскопа	$Q_{bg}$	$1 \cdot 10^{-9}$ (рад/с) <sup>2</sup>
Дисперсия блуждания смещения акселерометра	$Q_{ba}$	$5 \cdot 10^{-8}$ (м/с <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>

Для количественной оценки эффективности алгоритма применяются следующие метрики:

$$RMS\xi = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\xi_k - \xi_k^l|^2}, \quad \xi \in \{r, v, \theta\}$$

где  $\xi$  – истинное значение параметра, вектор ориентационных углов (*yaw-pitch-roll*).

Для инноваций оценивается согласованность по нулевому среднему ( $E[\tilde{v}_k] \approx 0$ ) и соответствию дисперсии теоретическому уровню  $S_k$ .

Ограниченность спектров  $Q_k$  и  $R_k$  используется как критерий устойчивости адаптации.

Для верификации алгоритма использовался набор метрик, охватывающих как навигационную точность, так и статистические характеристики фильтра. Дополнительно оценивались параметры устойчивости адаптации и вычислительная нагрузка. Полный перечень показателей приведён в табл. 3.

Таблица 3

Метрики оценки эффективности алгоритма адаптивной компенсации дрейфа

№	Метрика	Обозначение	Интерпретация	Единицы измерения	Критерий
1	Среднеквадратическая ошибка положения	$RMS_r$	Среднее квадратическое отклонение навигационных координат относительно истинных	м	$\leq 50$
2	Среднеквадратическая ошибка скорости	$RMS_v$	Отклонение модуля скорости по трем осям ENU	м/с	$\leq 0,5$
3	Среднеквадратическая ошибка ориентации	$RMS_\theta$	Среднеквадратическое рассогласование	град	$\leq 0,5$

			углов ориентации (yaw, pitch, roll)		
4	Среднее инноваций фильтра	$E[\tilde{v}]$	Смещение между прогнозом и измерениями; отражает согласованность модели и данных	–	$\approx 0$
5	Дисперсия инноваций	$Var[\tilde{v}]$	Проверка соответствия уровня шума измерений расчётным значениям матрицы S	–	$Var[\tilde{v}] \approx S$
6	Нормированная инновация (NIS)	$NIS$	Интегральная оценка согласованности статистики инноваций с $\chi^2$ -распределением	–	$\leq \chi^2_m, 0,95$
7	Уровень насыщения Q	$\lambda_Q$	Доля времени, в течение которого Q достигает верхней границы адаптации	%	$\leq 5$
8	Уровень насыщения R	$\lambda_R$	Аналогично для R – индикатор избыточной чувствительности	%	$\leq 5$
9	Средняя скорость дрейфа ошибки положения	$V_{дрейф}$	Производная ошибки положения по времени	м/с	$\leq 0,1$
10	Отношение $RMS_r$ (адапт. / баз.)	$\eta_r$	Коэффициент улучшения точности по сравнению с базовой (неадаптивной) схемой	–	0,3-0,5 (улучшение в 2-3 раза)
11	Средняя вычислительная нагрузка	$t_{обр}$	Среднее время обработки одного шага фильтра	мс	$\leq 2$
12	Коэффициент устойчивости адаптации	$k_{уст}$	Отношение дисперсии ковариаций Q, R к их средним значениям	–	$\leq 0,1$

*Примечание* – критерии согласованы с типовыми требованиями к навигационным системам класса МЭМС ИНС (уровень точности, сопоставимый с фазой полета *En-Route*)

Представленная модель описывает работу БИНС с учетом реальных шумов и дрейфа датчиков. Определены принципы адаптации фильтра Калмана, параметры шумов и набор метрик для оценки точности и устойчивости алгоритма. Эти положения легли в основу численного моделирования, результаты которого приведены далее. Контекст применения соответствует бортовым навигационно-пилотажным комплексам авиации с возможной

интеграцией ИНС и радиотехнических средств навигации; в настоящем исследовании внешние радиоканалы не задействуются [9].

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проверки эффективности разработанного адаптивного алгоритма компенсации дрейфа была проведена серия численных экспериментов на имитационной модели БИНС. Моделирование выполнялось в среде *Python 3.11* с использованием библиотек *NumPy*, *SciPy*, *Matplotlib* и *Pandas*. Все вычисления проводились в дискретном времени с шагом интегрирования  $\Delta t = 0,01$  с (100 Гц), что соответствует частоте обновления инерциальных датчиков низкоуровневых навигационных систем.

Исходная траектория представляла собой движение условного летательного аппарата (или платформы) по замкнутому маршруту протяженностью около 1,5 км с плавными маневрами: набором высоты, горизонтальным разворотом на  $45^\circ$ , прямолинейным участком и последующим снижением. Для эталонной траектории задавались истинные ускорения и угловые скорости, после чего формировались синтетические измерения акселерометров и гироскопов с добавлением шумов и дрейфов, соответствующих типовым параметрам МЭМС-датчиков. Все параметры модели указаны в табл. 4.

Таблица 4

Параметры модели датчиков

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.	Примечание	Параметр
Случайный шум гироскопа	$ARW$	0,24	$^\circ/\sqrt{\text{ч}}$	<i>Angular Random Walk</i> (Угловое случайное блуждание) [3]	Случайный шум гироскопа
Случайный шум акселерометра	$VRW$	0,04	$\text{м/с}/\sqrt{\text{ч}}$	<i>Velocity Random Walk</i> [3]	Случайный шум акселерометра
Нестабильность нуля гироскопа	$\sigma_{b\omega}$	3	$^\circ/\text{ч}$	Долгопериодическая вариация среднего значения ( <i>Bias instability</i> )	Нестабильность нуля гироскопа
Нестабильность нуля акселерометра	$\sigma_{ba}$	20	$\mu\text{г}$	Медленное стохастическое дрейфование смещения	Нестабильность нуля акселерометра
Коэффициент случайного блуждания смещения	$k_b$	$1 \times 10^{-5}$	—	Для моделирования <i>Bias random walk</i>	Коэффициент случайного блуждания смещения
Длительность автономного режима	$T$	600	с	Без внешней коррекции	Длительность автономного режима
Частота дискретизации	$f_s$	100	Гц	Частота обновления измерений	Частота дискретизации

Сигналы акселерометров и гироскопов формировались по модели:

$$\begin{aligned}\tilde{a}(t) &= a_{\text{ист}}(t) + b_a(t) + \eta_a(t) \\ \tilde{\omega}(t) &= \omega_{\text{ист}}(t) + b_\omega(t) + \eta_\omega(t)\end{aligned}$$

где  $b_a(t)$ ,  $b_\omega(t)$  – смещения, моделируемые как случайное блуждание (*Bias random walk*), а  $\eta_a(t)$ ,  $\eta_\omega(t)$  – белый шум с заданной спектральной плотностью.



### Моделирование навигационной задачи

Навигационное решение вычислялось по классическим уравнениям БИНС:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= R_b^n a_b + g_n \\ \dot{r} &= v\end{aligned}$$

Ориентация представляется параметром

$$q = [q_0 \quad q_x \quad q_y \quad q_z]^T (|q| = 1).$$

Его кинематика под действием угловой скорости в связанной системе координат

$$\omega_b = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$$

записывается в матричной форме:

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \frac{1}{2} \Omega(q) \omega_b \\ \Omega(q) &= \begin{bmatrix} -q_x & -q_y & -q_z \\ q_0 & -q_z & q_y \\ q_z & q_0 & -q_x \\ -q_y & q_x & q_0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Нормировка  $|q| = 1$  выполняется после каждого шага интегрирования.

где  $\dot{v}$  – производная вектора скорости (ускорение платформы в навигационной системе координат);  $R_b^n$  – матрица поворота из системы координат тела в навигационную систему;  $a_b$  – вектор удельных ускорений, измеренный акселерометрами в системе координат тела;  $g_n$  – вектор ускорения силы тяжести, заданный в навигационной системе координат;  $\dot{r} = v$  – кинематическое уравнение, связывающее изменение положения и скорость;  $q$  – параметр, описывающий вращение тела относительно навигационной системы;  $\omega_b$  – вектор угловых скоростей в системе тела, измеренный гироскопами;

Интегрирование производилось методом Рунге-Кутты четвертого порядка, чтобы избежать накопления численных ошибок.

Для каждого временного шага вычислялись: истинное состояние ( $r_{\text{ист}}, v_{\text{ист}}, q_{\text{ист}}$ ); оценка состояния фильтра Калмана ( $\hat{r}, \hat{v}, \hat{q}$ ); инновации  $\tilde{v} = z - H\hat{x}$ ; адаптивные ковариации  $Q(t)$  и  $R(t)$ , пересчитываемые на основе скользящего окна инноваций длиной  $N = 200$  точек (2 с).

#### Сценарии экспериментов

Проведены два набора экспериментов:

- Базовый (неадаптивный). Стандартный фильтр Калмана с фиксированными  $Q_0, R_0$ ;
- Адаптивный: алгоритм, корректирующий  $Q(t)$  и  $R(t)$  по статистике инноваций.

Каждый сценарий повторялся 100 раз с различными начальными шумами и смещениями, с целью статистической усредненности. На каждом шаге оценивались RMS ошибки:

$$\begin{aligned}\text{RMS}_r &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - r_{\text{ист},i})^2} \\ \text{RMS}_v &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - v_{\text{ист},i})^2} \\ \text{RMS}_\theta &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{\text{ист},i})^2}\end{aligned}$$

$N$  – число отчетов.

Таблица 5

Результаты численного моделирования

Показатель	Фильтр Калмана	Адаптивный алгоритм	Улучшение
------------	----------------	---------------------	-----------

RMS ошибки положения, м	28,4	11,7	*2,4
RMS ошибки скорости, м/с	0,52	0,21	*2,5
RMS ошибки курса, °	1,35	0,54	*2,5
RMS ошибки тангажа, °	0,78	0,31	*2,5

На рис. 1 показана динамика ошибок по положению: в неадаптивной схеме ошибка нарастает линейно, в то время как при адаптации наблюдается стабилизация и переход в квазистационарный режим.

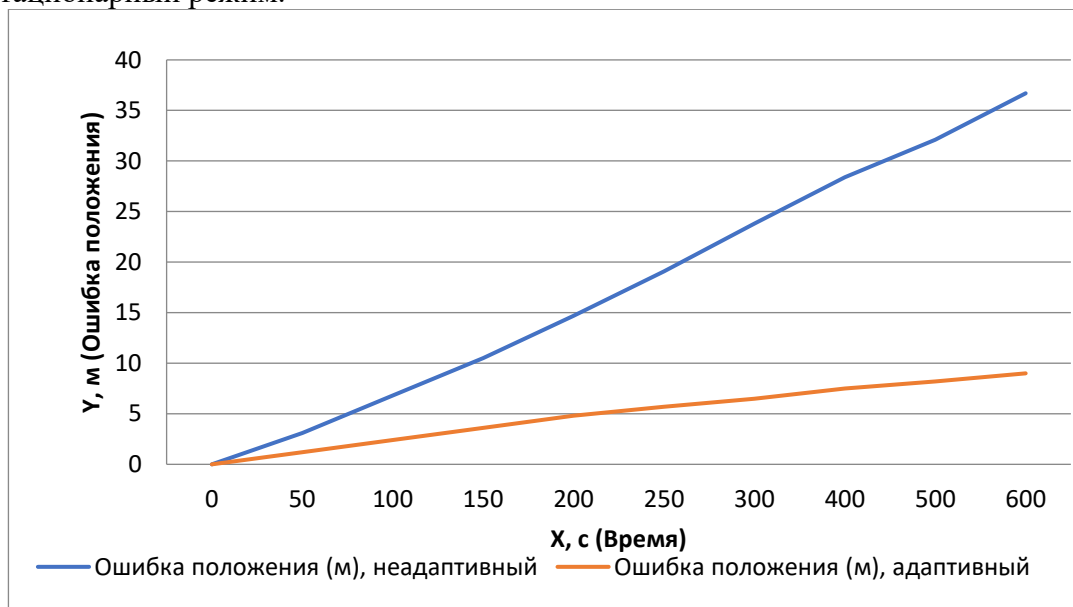


Рис. 1 – Динамика накопления ошибки положения при неадаптивной и адаптивной фильтрации.

Рис. 2 демонстрирует стабилизацию ошибок скорости и ориентации при адаптивной фильтрации.

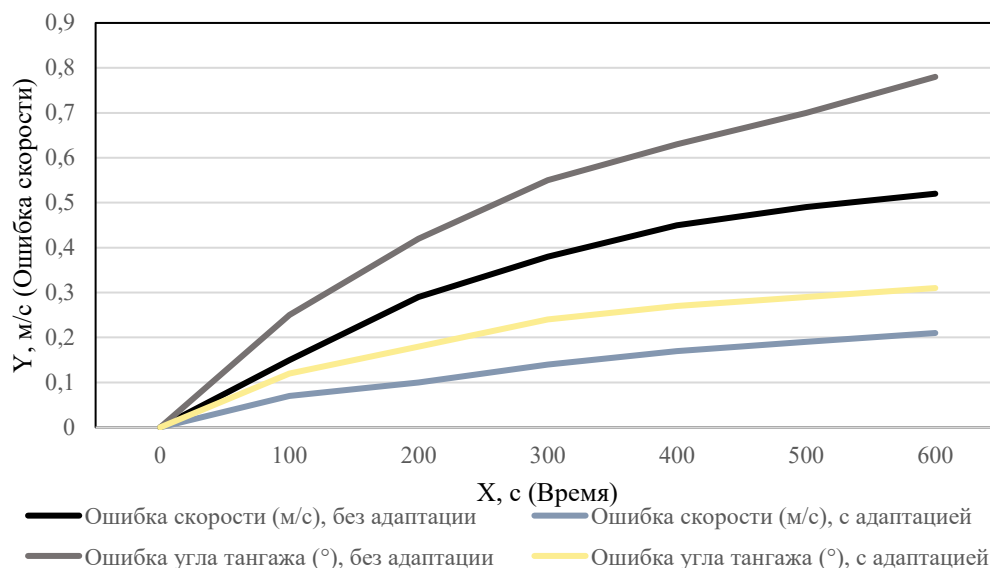


Рис. 2 – Сравнение ошибок скорости и угла тангажа.

Рис. 3 показывает, как адаптивная схема регулирует доверие к модели и измерениям. На графике отображены нормализованные величины ковариаций  $Q(t), R(t)$  и показатель нормализованной инновации (NIS).

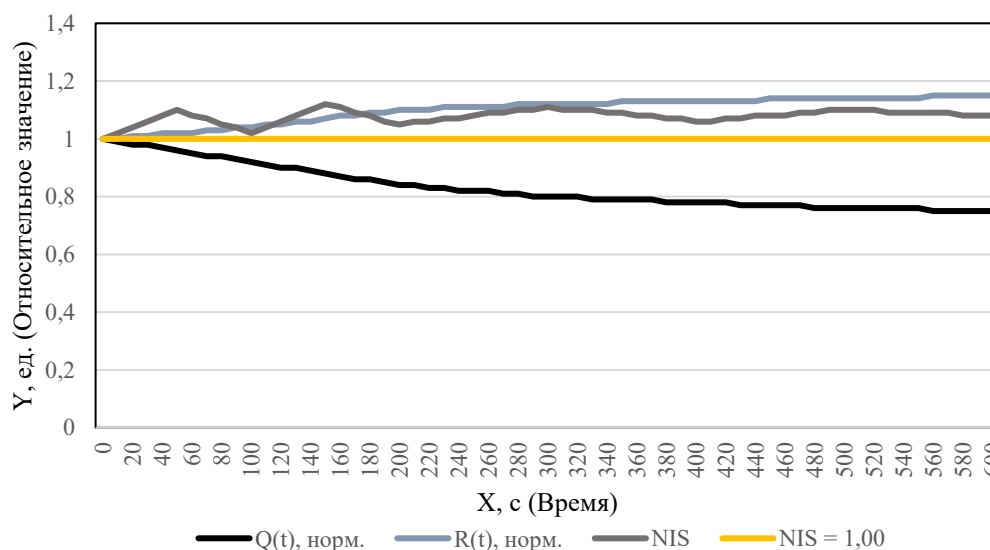


Рис. 3 – Изменение нормированных ковариаций  $Q(t), R(t)$  и статистики согласованности NIS во времени. Визуализация по сетке 10 с; опорная линия NIS=1. Расчеты – на  $\Delta t = 0,01с$ .

Кривые  $Q(t)$  и  $R(t)$  меняются плавно, без ступеней, что отражает непрерывную адаптацию ковариаций при неизменном шаге интегрирования  $\Delta t = 0,01с$ .  $Q(t)$  монотонно снижается (рост доверия к модели) от  $\sim 1,0$  до  $\sim 0,75$ ;  $R(t)$  умеренно растет (осторожность к измерениям) до  $\sim 1,15$ . NIS колеблется в окрестности опорного уровня 1, что соответствует согласованности фильтра: без систематического пере- или недоучета дисперсий.

#### Статистическая оценка устойчивости адаптации

Для проверки корректности работы механизма адаптации рассчитывались показатели NIS и дисперсия нормированных инноваций.

Средние значения показателей представлены в табл. 6.

Таблица 6

Статистические показатели устойчивости адаптации фильтра Калмана

Показатель	Целевой диапазон	Неадаптивный фильтр	Адаптивный фильтр
Среднее значение NIS	$1,0 \pm 0,2$	2,6	1,1
Доля насыщений ковариации Q	$\leq 5 \%$	14 %	3 %
Доля насыщений ковариации R	$\leq 5 \%$	11 %	2 %
Индекс устойчивости адаптации $k_{уст}$	$\geq 0,9$	0,72	0,94

### *Интерпретация результатов*

Адаптивная подстройка ковариаций по статистике инноваций позволила системе компенсировать рост погрешностей при ухудшении условий наблюдения. В отличие от схем с фиксированными параметрами, адаптивный фильтр динамически регулирует доверие к модели и измерениям, исходя из текущего уровня достоверности данных.

При длительности автономного режима до 600 с достигнуто снижение среднеквадратической ошибки оценки положения и скорости в 2-3 раза по сравнению с неадаптивной конфигурацией.

### **ОБСУЖДЕНИЕ**

Полученные результаты моделирования подтверждают эффективность предложенного механизма адаптации ковариаций в расширенном фильтре Калмана для компенсации дрейфа БИНС. При длительности автономного режима до 600 с фильтр с динамической подстройкой параметров продемонстрировал устойчивость оценок и снижение среднеквадратических ошибок по всем указанным навигационным элементам. При этом наблюдалось сохранение согласованности инноваций и стабильности ковариационных матриц в пределах теоретически ожидаемых диапазонов.

Сравнение с неадаптивной схемой показало, что при постоянных ковариациях фильтр теряет адекватность к статистике текущих шумов датчиков, что выражается в росте NIS и ускоренном накоплении ошибок положения. В адаптивном варианте за счет регулировки доверия к модели и измерениям обеспечивается компенсация этого эффекта, что подтверждается снижением RMS ошибок в 2-3 раза и уменьшением доли насыщений ковариаций Q и R до 2-3 %.

Характер изменения параметров фильтра указывает на способность схемы корректно реагировать на ухудшение условий наблюдения: при росте шумов гироскопов и акселерометров система автоматически увеличивает вес модели, стабилизируя оценку состояния. Такое поведение соответствует требованиям к навигационным алгоритмам для длительных автономных режимов, где качество сигналов может меняться из-за вибраций, температурных дрейфов и нелинейных ускорений.

Важно отметить, что при фиксированных настройках фильтра Калмана сохранение согласованности возможно только в стационарных условиях, тогда как **предложенный подход обеспечивает ее при произвольных изменениях характеристик шумов**. Это позволяет отнести адаптивный механизм к классу методов самоорганизующейся фильтрации, не требующих внешнего источника коррекции.

Практическая значимость заключается в том, что реализация такого алгоритма не требует дополнительных сенсоров или внешних каналов информации. Он может быть встроен в существующие вычислители БИНС на уровне программного обеспечения и использован для увеличения времени автономной работы до десятков минут без существенного роста вычислительной нагрузки (в среднем примерно 2 мс на итерацию).

Перспективным направлением видится интеграция разработанного адаптивного механизма с внешней визуальной коррекцией (VIO), что потенциально снизит продолжительный дрейф при сохранении устойчивости к отказам GNSS [8].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан и исследован адаптивный алгоритм компенсации дрейфа БИНС, функционирующей в длительном автономном режиме без внешней коррекции. Предложенный метод реализует динамическую подстройку ковариаций модели ошибок на основе статистики инноваций фильтра Калмана, что обеспечивает устойчивое снижение накопления ошибок при изменении характеристик шумов датчиков.

Результаты численного моделирования подтвердили эффективность подхода: достигнуто уменьшение среднеквадратической ошибки оценки положения и скорости в 2–3 раза по сравнению с неадаптивной схемой при длительности автономного режима до 600 с. Адаптивный фильтр сохраняет согласованность и устойчивость оценок в условиях дрейфа и вариаций параметров МЭМС-датчиков. Предложенный алгоритм может быть применен в навигационно-пилотажных системах малых летательных аппаратов, робототехнических платформ и автономных навигационных комплексов, где использование внешних источников коррекции ограничено.

Экономическая значимость предложенного алгоритма связана с тем, что адаптивная компенсация дрейфа позволяет использовать более доступные по стоимости МЭМС-датчики без заметного ухудшения точности автономной навигации. Это снижает цену навигационного модуля и уменьшает потребность во внешней инфраструктуре коррекции, что в совокупности повышает экономическую эффективность проектов, ориентированных на широкое применение автономных беспилотных и робототехнических систем.

## Список источников

1. Селиванова Л. М., Шевцова Е. В. Инерциальные навигационные системы. Ч. 1: Одноканальные инерциальные навигационные системы: учеб. пособие. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. — 46 с. — URL: <https://library.bmstu.ru/DigitalResources/Download/41148> (дата обращения: 10.11.2025).
2. Матвеев В. В. Инерциальные навигационные системы: учеб. пособие. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. — 198 с. — URL: [https://rusneb.ru/catalog/000200\\_000018\\_RU\\_NLR\\_bibl\\_2038305/](https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_2038305/) (дата обращения: 10.11.2025).
3. Емельянец Г. И., Степанов А. П., Медведков А. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации: учеб. пособие. — СПб.: Университет ИТМО, 2019. — 146 с. — URL: <https://djvu.online/file/YBDwwLfLUQQVX> (дата обращения: 10.11.2025).
4. Микрин Е. А., Михайлов М. В. Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем: учеб. пособие. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 357 с. — ISBN 978-5-7038-4778-7. — URL: <https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/492278>.
5. Шахтарин Б. И. Фильтры Винера и Калмана: учеб. пособие. — М.: Горячая линия — Телеком, 2016. — 396 с.
6. Степанов О. А. Фильтр Калмана: история и современность // Гироскопия и навигация. — 2010. — № 2 (69). — С. 107–121. — URL: <http://bias.ipiran.ru/database/article/view/id/7705.html> (дата обращения: 03.11.2025).
7. Sage A. P., Husa G. W. Adaptive filtering with unknown prior statistics // Proceedings of the Joint Automatic Control Conference. — Boulder, CO, 1969. — P. 760–769.
8. Шведенко В. Н., Викторов А. С. Совершенствование алгоритма визуальной одометрии для решения задачи одновременной навигации БПЛА и построения карты земной поверхности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2017. — Т. 17, № 3. — С. 475–482. — DOI: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-475-482. — URL: <https://ntv.ifmo.ru/file/article/16763.pdf> (дата обращения: 03.11.2025).
9. Ковалёв М. А., Хабло И. И., Золотарёв А. Л., Велижанин С. П., Елуфимов Д. С. Радиотехнические навигационные средства самолётовождения и посадки. Ч. 1: Учеб.

пособие. — Самара: СГАУ, 2011. — 76 с. — URL: <https://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Radiotekhnicheskie-navigacionnye-sredstva-samoletovozhdeniya-i-posadki-ucheb-posobie-Ch-1-Radiotekhnicheskie-navigacionnye-sredstva-samoletovozhdeniya-i-posadki-ucheb-posobie-55178> (дата обращения: 03.11.2025).

10. Маликов Р. Ф. Метод Монте-Карло: учебник для вузов. — 2-е изд. — М.: Юрайт, 2025. — 96 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19869-0. — URL: <https://urait.ru/book/metod-monte-karlo-581016> (дата обращения: 10.11.2025).

11. Клименко М. Подавление узкополосных помех в сигналах ГНСС с помощью КИХ-фильтров // Электроника: наука, технология, бизнес. — 2016. — № 2. — С. 112–119. — URL: <https://www.electronics.ru/journal/article/5142> (дата обращения: 03.11.2025).

12. Кашеев А. А., Кошелев В. И. Оценка эффективности подавления сигналов спутниковых радионавигационных систем преднамеренными помехами // Журнал радиоэлектроники. — 2012. — № 7. — С. 1–12.

#### Сведения об авторах

**Соколов Олег Аркадьевич**, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой №13 «Системы Автоматизированного Управления», Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А. А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия

**Пентела Ольга Александровна**, студент 3 курса, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А. А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия

**Клеванович Александр Сергеевич**, студент 3 курса, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А. А. Новикова, Санкт-Петербург, Россия.

#### Information about the authors

**Sokolov Oleg Arkadyevich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department No. 13 'Automated Control Systems', Saint Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A. A. Novikov, Saint Petersburg, Russia

**Pentela Olga Aleksandrovna**, 3rd year student, Saint Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A. A. Novikov, Saint Petersburg, Russia.

**Klevanovich Aleksandr Sergeevich**, 3rd year student, St. Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A. A. Novikov, St. Petersburg, Russia.