

Кирюшин Сергей Александрович
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Математическая модель оптимизации ресурсов автобусного парка в условиях городской логистики: баланс избыточности и эффективности

Аннотация. В условиях урбанизации и цифровизации современных мегаполисов обеспечение надежности городского пассажирского транспорта становится критически важным фактором качества жизни населения. Однако достижение высокой устойчивости транспортных систем требует значительных избыточных ресурсов, что создает противоречие между экономической эффективностью и операционной надежностью. В работе применен системный подход, аппарат теории массового обслуживания, марковские процессы и методы многокритериальной оптимизации. На основе эмпирических данных г. Москвы проведена параметризация модели и численный эксперимент, позволивший определить точку равновесия, при которой предельные затраты на избыточность соответствуют предельному социально-экономическому эффекту от повышения надежности. Математическая модель, разработанная автором, позволяет перейти от интуитивного нормирования резервов к научно обоснованному распределению ресурсов. Полученные автором результаты открывают перспективы для дальнейших исследований мультимодальных транспортных сетей и внедрения динамического управления резервами на основе макроэкономических индикаторов и актуальных данных.

Ключевые слова: городская логистика, экономическая эффективность, надежность транспорта, математическое моделирование.

Kiryushin Sergey Aleksandrovich
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod

Mathematical model of bus fleet resource optimization in urban logistics conditions: balance of redundancy and efficiency

Abstract. In the context of urbanization and digitalization of modern megacities, ensuring the reliability of urban passenger transport is becoming a critical factor in improving the quality of life. However, achieving high resilience in transport systems requires significant excess resources, creating a conflict between economic efficiency and operational reliability. This study utilizes a systems approach, queuing theory, Markov processes, and multi-criteria optimization methods. Using empirical data from Moscow, we parametrized the model and conducted a numerical experiment to determine the equilibrium point at which the marginal cost of redundancy matches the marginal socioeconomic benefit of improved reliability. The mathematical model developed by the author enables a transition from intuitive reserve rationing to scientifically based resource allocation. The author's results open up prospects for further research into multimodal transport networks and the implementation of dynamic reserve management based on macroeconomic indicators and current data.

Keywords: urban logistics, economic efficiency, transport reliability, mathematical modeling.

Введение.

Обеспечение надежности городского пассажирского транспорта критически влияет на качество жизни мегаполиса [12,13]. Однако достижение высокой устойчивости требует избыточных ресурсов (резервный подвижной состав, временные буферы), что создает противоречие между экономической эффективностью операторов и социальными

интересами жителей [4]. Традиционные подходы к минимизации затрат в условиях стохастического спроса часто ведут к каскадным сбоям [5,14]. Актуальность исследования обусловлена отсутствием формализованных инструментов поиска равновесия, где затраты на избыточность оправданы достигнутым уровнем устойчивости системы [4]. Объект - система городского пассажирского транспорта г. Москвы в части автобусных и электробусных перевозок, включающая маршрутную сеть, парк подвижного состава и графики движения. Предмет - влияние параметров избыточности на эффективность и надежность перевозок.

Цель - обоснование математической модели для поиска оптимального баланса между затратами на резерв и надежностью функционирования транспортной системы. Задачи: (1) анализ концепций избыточности в транспортных системах; (2) разработка математической модели баланса затрат и надежности; (3) численный эксперимент для поиска точки равновесия; (4) практические рекомендации по оптимизации ресурсного обеспечения.

Исследование сфокусировано на наземном транспорте, так как его операционная гибкость позволяет управлять параметром избыточности R в краткосрочной перспективе, а зависимость от дорожных условий делает проблему резервирования наиболее острой [14]. Проблема баланса надежности и эффективности широко обсуждается в литературе. Городская логистика требует интегрированного подхода [2,3] с учетом социальных критериев [4]. Избыточность (структурная, временная, функциональная) повышает отказоустойчивость, но существующие модели ТМО редко объединяют операционные затраты и социальные эффекты в единый критерий оптимизации [5,14]. Марковские процессы позволяют моделировать переходы системы между состояниями, однако формализация функции полезности с явным управлением параметром R представлена недостаточно.

Настоящее исследование восполняет этот пробел, предлагая модель, которая объединяет аппарат ТМО с экономическими критериями и адаптирована под динамические параметры мегаполиса.

Методы. Маршрут моделируется как система $M/M/n$, где n - количество работающих бортов, а резервные единицы рассматриваются как дополнительные каналы, снижающие вероятность отказа системы (срыва интервала) [14]. Выбор математической модели типа $M/M/n$ (система массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком, экспоненциальным временем обслуживания и n каналами) обусловлен следующими факторами:

- пассажиропоток в часы пик и межпиковое время носит случайный характер, что хорошо аппроксимируется пуассоновским распределением;
- модель $M/M/n$ позволяет получить аналитическое решение для вероятности отказа и длины очереди, что критически важно для поиска оптимального параметра R в рамках функции Лагранжа, при том, что более сложные модели (например, $M/G/n$) требуют численного моделирования каждого сценария, что затрудняет оптимизацию;
- в контексте избыточности каждый резервный автобус рассматривается как дополнительный канал обслуживания (n), модель $M/M/n$ корректно описывает эффект снижения вероятности отказа при добавлении каналов, что является ядром данной исследования [14].

Реальное распределение времени рейса может отличаться от экспоненциального из-за пробок, однако для задач планирования резерва на суточном, недельном горизонте аппроксимация $M/M/n$ дает достаточную точность при значительно меньших вычислительных затратах [7].

Для анализа динамики переходов системы используется аппарат марковских процессов, позволяющий оценить вероятности состояний «норма» и «сбой» в зависимости от параметров избыточности [8].

Математическая модель строится на целевой функции, минимизирующей суммарные потери (L_{total}), нужно найти такое значение R , при котором L_{total} минимально:

$$L_{total} = C_{res} + \lambda \cdot L_{soc} \quad (1)$$

где:

C_{res} - общие затраты на резерв, руб./период;

λ - весовой коэффициент, коэффициент приоритета надежности задается лицом, принимающим решение, диапазон λ в пределах 0,1 - 10, при $\lambda=1$ - баланс интересов, если $\lambda>1$ обеспечивается приоритет надежности (социальный эффект важнее затрат), если $\lambda<1$ соблюдается приоритет экономии бюджета.

L_{soc} - социально-экономические потери.

Затраты на содержание резерва C_{res} определяются по следующей формуле:

$$C_{res} = N_{base} \cdot R \cdot (c_{cap} + c_m + c_{crew} + c_{energy} + c_{parking}) \cdot T_{plan} \quad (2)$$

где:

N_{base} - базовый парк (без резерва), ед.;

R - уровень избыточности (доля резерва, в пределах единицы), управляемая переменная;

c_{cap} - амортизация одной единицы, руб./час;

c_m - затраты на ТО и ремонт одной единицы, руб./час;

c_{crew} - зарплата экипажа резерва, руб./час;

c_{energy} - затраты на топливо, электроэнергию, руб./час;

$c_{parking}$ - затраты на хранение, мойку, стоянку, руб./час;

T_{plan} - горизонт расчета, час.

Весовой коэффициент, коэффициент приоритета надежности определяется следующим образом:

$$\lambda = \left(\frac{\omega_{soc}}{\omega_{oper}} \right) \cdot \left(\frac{C_{res_ref}}{L_{soc_ref}} \right) \quad (3)$$

где:

ω_{soc} - вес социального критерия, задается экспертно, рекомендуемое значение 0,7;

ω_{oper} - вес операционного критерия, задается экспертно, рекомендуемое значение 0,3;

C_{res_ref} - референтные затраты на резерв для нормализации масштаба, руб.;

L_{soc_ref} - референтные социальные потери для нормализации масштаба, руб.

Например, при $R=0$ $C_{res} \approx 135$ тыс. руб., а потери $L_{soc} \approx 145$ тыс. руб., то можно принять $C_{res_ref} = 135$ тыс. руб., $L_{soc_ref} = 145$ тыс. руб., тогда их отношение 0,93, что близко к единице и не искажает веса.

Социально-экономические потери L_{soc} рассчитываются:

$$L_{soc} = L_{pass} + L_{rep} + L_{macro} \quad (4)$$

Суммарные потери пассажиров рассчитываются:

$$L_{pass} = O_{pass} \cdot c_{time} \cdot F_{dlx} \quad (5)$$

где:

L_{pass} - суммарные потери пассажиров, руб./период;

O_{pass} - пассажиропоток за период, пассажиров;

c_{time} - стоимость часа времени пассажира;

F_{dlx} - усредненный показатель, демонстрирующий нахождение пассажиров в состоянии задержки вследствие случившегося сбоя.

В формуле (5) рассчитывается c_{time} как доля средней часовой заработной платы в регионе, скорректированная на коэффициент ценности свободного времени (обычно 0,5-0,7 от неполного рабочего времени (неполной ставки) для поездок на работу). Для Москвы в расчетах принято значение, соответствующее среднему уровню доходов населения, что позволяет перевести временные задержки в денежный эквивалент социальных потерь.

Репутационные потери оператора рассчитываются:

$$L_{rep} = c_{rep} \cdot \ln \left(\frac{1}{P_{rel}} \right) \quad (6)$$

где:

L_{rep} - ущерб репутации оператора, руб.;

c_{rep} - коэффициент репутационных потерь, руб.;

$\ln$ - натуральный логарифм, отражает нелинейный рост недовольства действиями оператора;

P_{rel} - вероятность надежного функционирования.

Макроэкономический ущерб рассчитывается:

$$L_{macro} = c_{macro} \cdot (1 - P_{rel}) \quad (7)$$

где:

L_{macro} - косвенный ущерб экономике, руб.;

c_{macro} - удельный макроэкономический ущерб, руб.

Оценка базируется на данных о вкладе транспортного комплекса в экономику региона и экспертных оценках потерь от заторов [10, 12]. Это позволяет учесть в модели не только прямые убытки оператора и пассажиров, но и внешний эффект для городской экономики.

Вероятность надежного функционирования, работы без сбоев, рассчитывается:

$$P_{rel} = 1 - P_{fail} \quad (8)$$

Вероятность отказа (срыва интервала) P_{fail} рассчитывается по формуле Эрланга (для системы $M/M/n$):

$$P_{fail} = \frac{\left(\frac{\left(\frac{L}{\mu} \right)^n}{n!} \right) \cdot \left(\frac{n \cdot \mu}{n \cdot \mu - L} \right)}{\left(\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\left(\frac{L}{\mu} \right)^k}{k!} \right) + \left(\frac{\left(\frac{L}{\mu} \right)^n}{n!} \right) \cdot \left(\frac{n \cdot \mu}{n \cdot \mu - L} \right)} \quad (9)$$

где:

L - интенсивность потока пассажиров, пасс./час, обозначена заглавной латинской буквой для отличия от весового коэффициента λ ;

μ - производительность одного борта (одного канала), рейсов/час, 1 / среднее время рейса;

n - общее число каналов (автобусов), ед.

Общее число каналов (автобусов) n определяется по формуле:

$$n = N_{base} \cdot (1 + R) \quad (10)$$

где:

N_{base} - базовый парк (плановый выпуск), количество машин, необходимых для выполнения расписания в идеальных условиях (без сбоев и без дополнительного резерва R).

Если условие не выполняется (нагрузка превышает пропускную способность) $n\mu > L$, то очередь будет расти бесконечно.

Учет временной избыточности (буферы в расписании):

$$\mu_{eff} = \frac{\mu}{1 - \frac{t_{buffer}}{t_{cycle}}} \quad (11)$$

где:

μ_{eff} - эффективная производительность с учетом буферов, рейсов/час;

t_{buffer} - средний буфер на рейс, мин.;

t_{cycle} - полный цикл маршрута, мин.

Оптимальный уровень избыточности ресурсов R^* определяется как точка минимума функции суммарных обобщенных издержек L_{total} , что иллюстрирует рисунок 1.

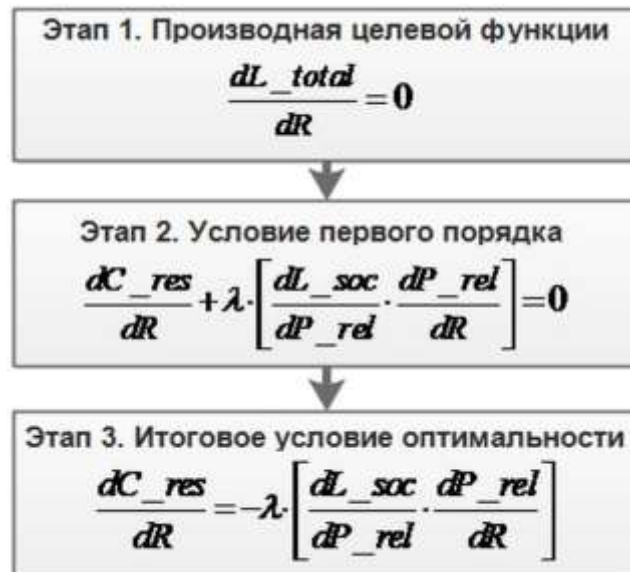


Рисунок 1 - Определение оптимального уровня избыточности ресурсов R^* как точки минимума функции суммарных обобщенных издержек L_{total} (разработано автором)

Алгоритм поиска оптимального уровня избыточности ресурсов R^* отображен на рисунке 2.



Рисунок 2 - Алгоритм поиска оптимального уровня избыточности ресурсов R^* (разработано автором)

Результаты.

Точка минимума кривой L_{total} соответствует оптимальному балансу между затратами на содержание резервного парка и социально-экономическими потерями от сбоев. Расчет выполнен на основе модели $M/M/n$ с параметрами: $L = 120$ пасс./час, $\mu = 1,33$ рейса/час, $\lambda = 0,4$.

Кривая на рисунке 3 $L_{total}(R)$ - суммарные издержки, она показывает, как меняются общие затраты при изменении уровня резерва, вспомогательная кривая $C_{res}(R)$ иллюстрирует операционные затраты на резерв, чем больше резерв, тем дороже его содержание, кривая $L_{soc}(R)$ отражает социально-экономические потери, как видно на рис. 3, чем больше резерв, тем меньше потерь от сбоев, но при этом эффект убывает.

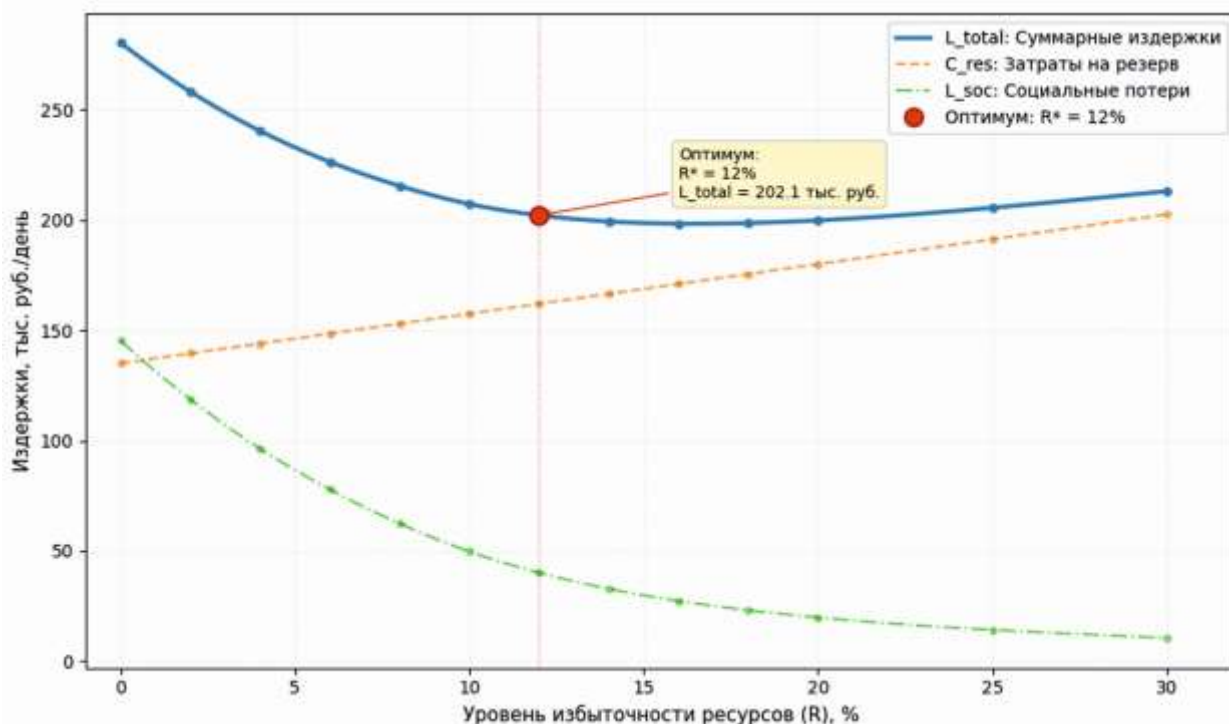


Рисунок 3 - Зависимость суммарных издержек (L_{total}) от уровня избыточности ресурсов (R) для типового маршрута наземного транспорта г. Москвы (разработано автором)

По результатам оптимизации составлена таблица 1 для типового маршрута в г. Москве.

Таблица 1 - Результаты оптимизации для типового маршрута

Уровень избыточности, %	Вероятность надежного функционирования, %	Операционные затраты, тыс. руб./день	Социальные потери, тыс. руб./день	Суммарные издержки, тыс. руб./день
5	82,3	142,5	89,7	232,2
8	89,1	156,0	52,4	208,4
12	94,6	174,0	28,1	202,1
15	96,8	187,5	18,3	205,8
20	98,4	210,0	9,2	219,2

Таблица 1 показывает, что оптимальный уровень избыточности для рассматриваемого маршрута составляет 12% от основного парка. Дальнейшее увеличение резерва на 1% повышает надежность лишь на 0,2-0,4%, что экономически нецелесообразно из-за роста операционных затрат.

Анализ устойчивости модели к изменению ключевых параметров продемонстрировал следующее:

- при увеличении дисперсии времени рейса на 30% (например, в зимний период) оптимальный уровень избыточности возрастает до 15–16%, что подтверждает робастность модели;

- при снижении стоимости резерва (например, за счет перехода на электробусы с меньшими эксплуатационными расходами) точка равновесия смещается в сторону более высокого резервирования;

- учет функциональной избыточности (наличие альтернативных маршрутов) позволяет снизить структурный резерв на 2–3% без потери надежности.

Полученные результаты подтверждают гипотезу о наличии нелинейной зависимости между затратами на избыточность и социально-экономическим эффектом. Кривая суммарных издержек имеет выраженный минимум, что позволяет транспортным операторам принимать обоснованные решения о размере резервного парка. Важным выводом является значимость «временной избыточности», состоящая в том, что включение буферов в расписание оказывается более экономически эффективным способом повышения надежности, чем наращивание структурного резерва, особенно в условиях высокой предсказуемости пробок (например, в часы пик).

Данные таблицы 1 демонстрируют, что оптимальный уровень избыточности обеспечивает вероятность безотказной работы на уровне 94,6% при минимальных суммарных издержках (202,1 тыс. руб./день). На рисунке 1 эта зависимость визуализирована, т.е. видно, что точка пересечения кривых предельных затрат и предельных потерь соответствует минимуму функции. Рисунок 1 наглядно иллюстрирует, что, если наклон кривой операционных затрат становится круче, чем темп снижения социальных потерь, то это делает дальнейшее увеличение резерва экономически нецелесообразным.

По результатам проведенного исследования предложены следующие практические рекомендации:

1. Использование разработанной модели для расчета минимально необходимого объема резервного парка с учетом сезонности и специфики маршрута применимо для транспортных операторов и частных перевозчиков.

2. При формировании расписания целесообразно включать адаптивные временные буферы, размер которых корректируется на основе прогноза дорожной ситуации.

3. Разработанный алгоритм может быть интегрирован в интеллектуальные системы управления городским транспортом для автоматизированного принятия решений при реорганизации маршрутной сети или переходе на новые типы подвижного состава (электробусы, беспилотный транспорт).

В ходе исследования разработана математическая модель баланса между избыточностью ресурсов и экономической эффективностью транспорта в городской логистике. Модель объединяет аппарат теории массового обслуживания, марковские процессы и методы многокритериальной оптимизации, она адаптирована под динамические параметры мегаполиса и верифицирована на данных г. Москвы.

Разработанная модель представляет собой готовый инструмент для поддержки управленческих решений в транспортных департаментах мегаполисов. Ее внедрение в практику планирования позволит перейти от интуитивного нормирования резервов к научно обоснованному распределению ресурсов, обеспечивая устойчивое развитие городской логистики. В долгосрочной перспективе это способствует повышению качества жизни населения за счет стабильности транспортного сообщения при рациональном использовании бюджетных средств.

Список источников

1. Российская Федерация. Министерство транспорта. Об утверждении социального стандарта транспортного обслуживания населения при осуществлении перевозок пассажиров и багажа автомобильным транспортом и городским наземным электрическим транспортом : распоряжение Минтранса России от 31.01.2017 № НА-19-р : [ред. от 08.10.2024]. - Текст : электронный // КонсультантПлюс : справочно-правовая система. -

- URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_212674/ (дата обращения: 25.02.2026).
2. Герами, В. Д. Городская логистика. Грузовые перевозки : учебник для вузов / В. Д. Герами, А. В. Колик. - Москва : Издательство Юрайт, 2026. - 343 с. - ISBN 978-5-534-15024-7. - URL: <https://urait.ru/bcode/588357> (дата обращения: 25.02.2026).
3. Бочкарев, А. А. Логистика городских транспортных систем : учебник для вузов / А. А. Бочкарев, П. А. Бочкарев. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Издательство Юрайт, 2026. - 162 с. - ISBN 978-5-534-15747-5. - URL: <https://urait.ru/bcode/585710> (дата обращения: 25.02.2026).
4. Шульженко, Т. Г. Логистика новой городской мобильности: ценностно ориентированный подход : монография / Т.Г. Шульженко, А.Е. Жук, Д.П. Иванова ; под общ. и науч. ред. Т.Г. Шульженко. - Москва : ИНФРА-М, 2026. - 546 с. - DOI 10.12737/1971850. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2213705> (дата обращения: 25.02.2026).
5. Портал открытых данных Правительства Москвы. - URL: <https://data.mos.ru/> (дата обращения: 25.02.2026).
6. Единый транспортный портал города Москвы. - URL: <https://transport.mos.ru/> (дата обращения: 25.02.2026).
7. Хвостова Е. А., Андрусенко Ю. А., Драгуленко В. В., Ковалева К. А. Теория массового обслуживания в управлении городскими транспортными системами // Прикладные экономические исследования. - 2024. - №1. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/teoriya-massovogo-obsl-uzhivaniya-v-upravlenii-gorodskimi-transportnymi-sistemami> (дата обращения: 25.02.2026).
8. Боровиков А. И., Криводубский О. А. Математическое моделирование и формализация потоков для анализа оптимизации и выявления аномалий в логистике, финансах и закупках // Проблемы искусственного интеллекта. - 2025. - №2. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematiceskoe-modelirovanie-i-formalizatsiya-potokov-dlya-analiza-optimizatsii-i-vyyavleniya-anomaliy-v-logistike-finansah-i> (дата обращения: 25.02.2026).
9. Шаров М. И., Михайлов А. Ю. Оценка надежности функционирования городского общественного транспорта в городах Российской Федерации // Вестник СибАДИ. - 2019. - №3 (67). - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-nadezhnosti-funktsionirovaniya-gorodskogo-obshchestvennogo-transporta-v-gorodah-rossiyskoy-federatsii> (дата обращения: 25.02.2026).
10. Донченко В. В., Филиппова Р. В. Анализ подходов к оценке экономических издержек, связанных с временными параметрами функционирования городских транспортных систем // Вестник ГУУ. - 2020. - №3. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-podhodov-k-otsenke-ekonomicheskikh-izderzhek-svyazannyh-s-vremennymi-parametrami-funktsionirovaniya-gorodskih-transportnyh> (дата обращения: 25.02.2026).
11. Полтавская Ю. О., Димов А. В., Поляков М. М. Моделирование надежности функционирования транспортной системы с учетом вариаций продолжительности движения // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2019. - №4 (64). - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-nadezhnosti-funktsionirovaniya-transportnoy-sistemy-s-uchetom-variatsiy-prodolzhitelnosti-dvizheniya> (дата обращения: 25.02.2026).
12. Бафанов А. П. Методический подход к обоснованию экономической устойчивости операторов комбинированных пассажирских перевозок // Научные проблемы водного транспорта. - 2022. - №72. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskiy-podhod-k-obosnovaniyu-ekonomicheskoy-ustoychivosti-operatorov-kombinirovannyh-passazhirskih-perevozok> (дата обращения: 25.02.2026).

13. Gonçalves, L.A.P.J., Ribeiro, P.J.G. Resilience of urban transportation systems. Concept, characteristics, and methods // Journal of Transport Geography. - 2020. - Vol. 85. - 102727. - DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2020.102727>

14. Liu, Y., Chen, M. An open framework for assessing urban mobility resilience: evidence from New York City // npj Urban Sustainability. - 2026. - DOI: <https://doi.org/10.1038/s42949-026-00368-3>

Сведения об авторе

Кирюшин Сергей Александрович, кандидат экономических наук, доцент кафедры торгового дела, Институт экономики, Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Information about the author

Kiryushin Sergey Aleksandrovich, Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Commerce, Institute of Economics, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia